Séance 8 - Microéconomie 2 (S4)

Ibirénoyé H. R. Sodjahin (Bureau 102, BATEG)
sodjahii@univ-grenoble-alpes.fr

25 Mars 2024

Considérons le marché d'un bien produit par une firme en situation de monopole. La technologie de la firme est représentée par la fonction de coût total suivante :

$$CT(y) = \frac{1}{2}y^2 + 100$$

où y représente la quantité de biens produits. Les conditions de marché sont caracterisées par la fonction de demande suivante :

$$y(p) = 126 - 2p$$

où p est le prix unitaire du bien.

Question 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

Q 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

Q 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

- **Demande inverse** : $y = 126 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$

Q 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

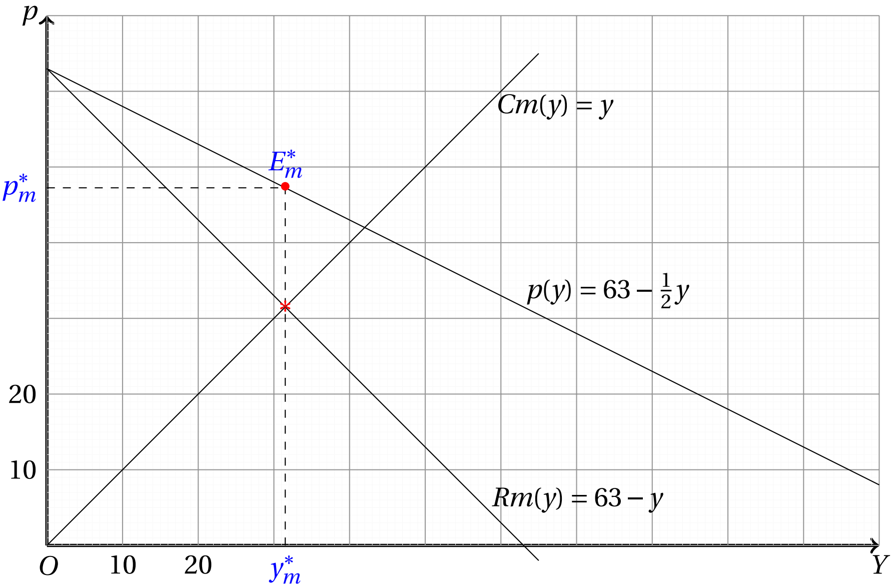
- **Demande inverse** : $y = 126 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(63 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 63y - \frac{1}{2}y^2$

Q 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

- **Demande inverse** : $y = 126 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(63 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 63y - \frac{1}{2}y^2$
- **Recette marginale** : $Rm(y) = \frac{\partial RT(y)}{\partial y} = 63 - y$

Q 1) Représentation graphique de l'équilibre du monopole

- **Demande inverse** : $y = 126 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(63 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 63y - \frac{1}{2}y^2$
- **Recette marginale** : $Rm(y) = \dfrac{\partial RT(y)}{\partial y} = 63 - y$
- **Coût marginal** : $Cm(y) = \dfrac{\partial CT(y)}{\partial y} = y$
- Nous allons représenter les courbes de $p(y), Rm(y)$ et $Cm(y)$
  - La quantité d'équilibre du monopole y_m^* s'obtient à l'intersection des courbes de recette marginale (Rm) et de coût marginal (Cm)
  - Le prix d'équilibre du monopole s'obtient en substituant la quantité d'équilibre précédente dans la demande inverse : $p_m^* = p(y_m^*)$


p
$Cm(y) = y$
E_m^*
p_m^*
$p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
20
10
$Rm(y) = 63 - y$
O
10
20
y_m^*
Y

Q 2) Détermination analytique de l'équilibre du monopole - 1

- Le profit du monopole s'écrit : $\pi_m(y) = p(y) \cdot y - CT(y)$
  - L'expression du prix est explicitement fonction de la quantité : le monopole détermine son prix en fonction de la quantité de biens qu'il produit

Q 2) Détermination analytique de l'équilibre du monopole - 1

- Le profit du monopole s'écrit : $\pi_m(y) = p(y) \cdot y - CT(y)$
  - L'expression du prix est explicitement fonction de la quantité : le monopole détermine son prix en fonction de la quantité de biens qu'il produit
- Condition d'optimalité de la maximisation du profit du monopole : $\frac{\partial \pi_m(y)}{\partial y} = 0$
  - On applique la formule $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

Q 2) Détermination analytique de l'équilibre du monopole - 1

- Le profit du monopole s'écrit : $\pi_m(y) = p(y) \cdot y - CT(y)$
  - L'expression du prix est explicitement fonction de la quantité : le monopole détermine son prix en fonction de la quantité de biens qu'il produit
- Condition d'optimalité de la maximisation du profit du monopole : $\frac{\partial \pi_m(y)}{\partial y} = 0$
  - On applique la formule $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_m(y)}{\partial y} &= \left(p'(y) \cdot y + p(y) \cdot 1\right) - CT'(y) \\ &= Rm(y) - Cm(y) \end{aligned}$$

- $\frac{\partial \pi_m(y)}{\partial y} = 0 \Longleftrightarrow Rm(y) - Cm(y) = 0$, soit $Rm(y) = Cm(y)$

Q 2) Détermination analytique de l'équilibre du monopole - 2

- **Quantité d'équilibre** : La condition de premier ordre de la maximisation du profit du monopole est : $Rm(y) = Cm(y)$

$$\begin{aligned} Rm(y) = Cm(y) &\Longleftrightarrow 63 - y = y \\ &\Longleftrightarrow 63 = 2y, \text{ soit } y_m^* = \frac{63}{2} = 31,5 \end{aligned}$$

Q 2) Détermination analytique de l'équilibre du monopole - 2

- **Quantité d'équilibre** : La condition de premier ordre de la maximisation du profit du monopole est : $Rm(y) = Cm(y)$

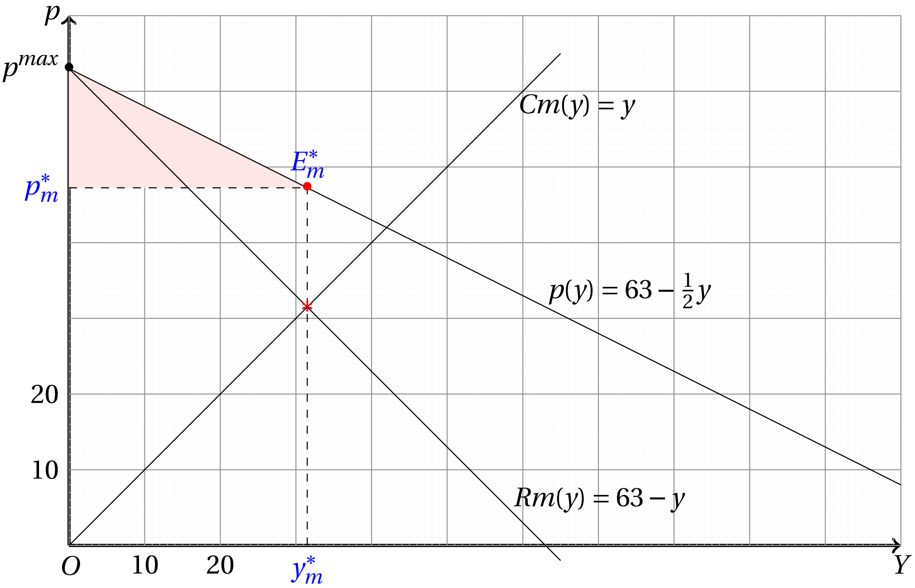
$$\begin{aligned} Rm(y) = Cm(y) &\iff 63 - y = y \\ &\iff 63 = 2y, \text{ soit } y_m^* = \frac{63}{2} = 31,5 \end{aligned}$$

- **Prix d'équilibre** : On substitue la quantité précédemment trouvée dans la fonction de demande inverse :

$$p_m^* = p(y_m^*) = 63 - \frac{31,5}{2} = 47,25$$

- $E_m^* = \{(p_m^* = 47,25;\ y_m^* = 31,5)\}$

Réponse 3 : Surplus des consommateurs, du monopole et surplus social

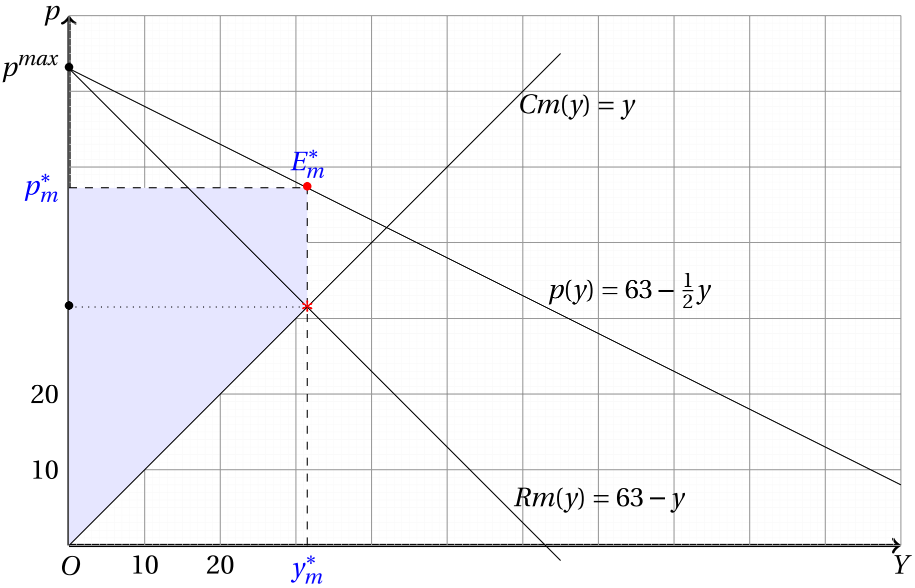


Q 3.a) Surplus des consommateurs

- $SC = \frac{y_m^*(p^{max} - p_m^*)}{2}$
  - La demande globale du bien : $y(p) = 126 - 2p$

Q 3.a) Surplus des consommateurs

- $SC = \dfrac{y_m^* \left(p^{max} - p_m^*\right)}{2}$
  - La demande globale du bien : $y(p) = 126 - 2p$
  - p^{max} est tel que $y(p^{max}) = 0 \Longleftrightarrow 126 - 2p^{max} = 0$, soit $p^{max} = \frac{126}{2} = 63$
  - $y_m^* = 31{,}5$ et $p_m^* = 47{,}25$
- $SC = \dfrac{31{,}5 \times (63 - 47{,}25)}{2} = 248{,}0625$


p
p^{max}
p_m^*
E_m^*
$Cm(y) = y$
$p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
$Rm(y) = 63 - y$
20
10
O
10
20
y_m^*
Y

Q 3.b) Surplus du monopole et surplus social

- Première méthode : $SP = p_m^* y_m^* - CV(y_m^*)$, avec $CT(y) = \frac{1}{2}y^2 + 100$
  - $y_m^* = 31{,}5$ et $p_m^* = 47{,}25$

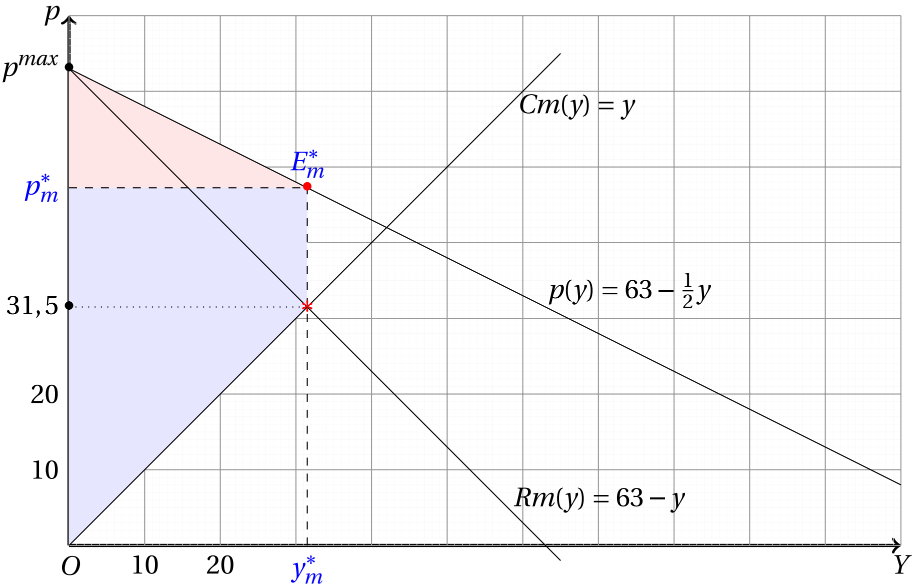
Q 3.b) Surplus du monopole et surplus social

- Première méthode : $SP = p_m^* y_m^* - CV(y_m^*)$, avec $CT(y) = \frac{1}{2}y^2 + 100$
  - $y_m^* = 31,5$ et $p_m^* = 47,25$
  - $SP = 47,25 \times 31,5 - \frac{1}{2} \times 31,5^2 = 992,25$
- Deuxième méthode : On peut faire la somme des aires du rectangle et du triangle
  - Aire d'un rectangle = Longueur × Largeur

Q 3.b) Surplus du monopole et surplus social

- Première méthode : $SP = p_m^* y_m^* - CV(y_m^*)$, avec $CT(y) = \frac{1}{2}y^2 + 100$
  - $y_m^* = 31,5$ et $p_m^* = 47,25$
  - $SP = 47,25 \times 31,5 - \dfrac{1}{2} \times 31,5^2 = 992,25$
- Deuxième méthode : On peut faire la somme des aires du rectangle et du triangle
  - Aire d'un rectangle = Longueur × Largeur
  - Longueur=y_m^* et Largeur=$p_m^* - 31,5 = 15,75$
  - **L'aire de notre rectangle**=$31,5 \times 15,75 = 496,125$
  - **L'aire de notre triangle** (isocèle) : $31,5 \times 31,5/2 = 496,125$
  - Au total : $SP = 496,125 + 496,125 = 992,25$
- **Surplus social** : $SS = SC + SP = 248,0625 + 992,25 = 1240,312$

Réponse 3 : Représentation graphique des différents surplus (monopole)



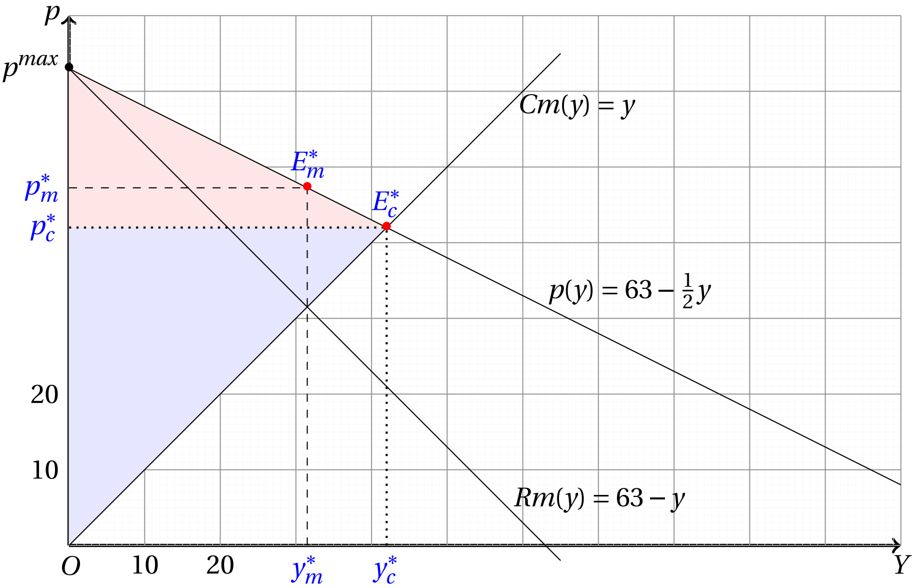
Q 4.a) Détermination de l'équilibre en concurrence pure et parfaite

- Rappel : $Cm(y) = y$ et $p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$

Q 4.a) Détermination de l'équilibre en concurrence pure et parfaite

- Rappel : $Cm(y) = y$ et $p(y) = 63 - \frac{1}{2}y$
- **Graphiquement**, la quantité et le prix d'équilibre (en **CPP**) sont obtenus à partir de l'intercession des courbes de coût marginal et de demande globale inverse
  - Souvenez-vous de la condition de détermination de l'offre (individuelle) de la firme : $p = Cm(y)$
- Analytiquement, on obtient
  - la quantité d'équilibre en résolvant : $p(y) = Cm(y) \Longleftrightarrow 63 - \frac{1}{2}y = y$, soit $\frac{3}{2}y = 63$, ce qui donne $y_c^* = 63 \times 2/3 = 42$
  - le prix d'équilibre par : $p_c^* = p(y_c^*) = 63 - \frac{1}{2} \times 42 = 42$
  - $E_c^* = \{(p_c^* = 42;\ y_c^* = 42)\}$

Réponse 4 : Représentation graphique des différents surplus (CPP)



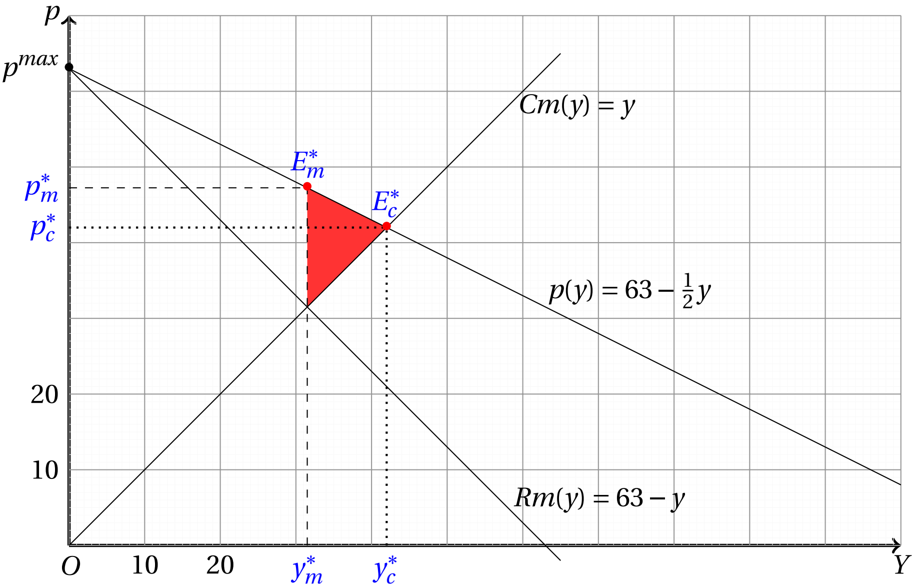
Q 4.b) Détermination des surplus à l'équilibre en concurrence pure et parfaite

- Rappel : $E_c^* = \{(p_c^* = 42;\ y_c^* = 42)\}$ et $CT(y) = \frac{1}{2}y^2 + 100$
- **Profit du producteur** : $\pi_i^* = p_c^* \times y_c^* - CT(y_c^*)$
  - $\pi_i^* = 42^2 - \frac{1}{2} \times 42^2 - 100 = 782$
- **Surplus du producteur** : $SP = \pi_i^* + CF = 882$
  - Méthode du triangle : $SP = 42 \times 42/2 = 882$
- **Surplus des consommateurs** : $SC = 42 \times (63 - 42)/2 = 441$
- **Surplus social** : $SS = SC + SP = 441 + 882 = 1323$

Q 4.c) Equilibre et optimum de Pareto

- Surplus social en monopole : $SS_m = 1240,312$
- Surplus social en CPP : $SS_c = 1323$
- Le surplus social en CPP est supérieur au surplus social en situation de monopole : L'équilibre de monopole n'est donc pas un optimum de Pareto
- **Définition** : Un équilibre est un optimum de Pareto **s'il n'est pas possible** d'améliorer la situation d'un agent sans détériorer celle au moins d'un autre agent
  - A partir de l'équilibre de monopole, on peut trouver un autre équilibre (celui de la CPP) qui améliore le surplus social.

Réponse 6 : Charge morte (deadweight loss) du monopole



Q 6) Charge morte (deadweight loss) du monopole

- La charge morte est la différence entre le surplus social en CPP et le surplus social du monopole
- $DWL = SS_c - SS_m = 1323 - 1240,312 = 82,688$

Q 7) Pouvoir de marché du monopole

- Le pouvoir de marché est la faculté qu'a une firme à facturer un prix supérieur à son coût marginal
- On le mesure par l'indice de Lerner qui représente le taux de marge du monopole (par rapport à la situation de CPP) :

$$L = \frac{p_m - C_m}{p_m}$$

- $p_m = 47,25$ et $Cm(y_m^*) = 31,5$

$$L = \frac{47,25 - 31,5}{47,25} \approx 33,33\%$$

Commentaire : Pour chaque unité vendue du bien, le monopole facture 33% au dessus de son coût marginal.

Q 1) Prix et quantité d'équilibre du monopole

Soit une firme en situation de monopole.
La fonction de coût total est donnée par :

$$CT(y) = 3y^2$$

La demande du bien est donnée par :

$$Q(p) = 42 - 2p$$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 1

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 1

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- **Demande inverse** : $y = 42 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 21 - \frac{1}{2}y$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 1

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- **Demande inverse** : $y = 42 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 21 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(21 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 21y - \frac{1}{2}y^2$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 1

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- **Demande inverse** : $y = 42 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 21 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(21 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 21y - \frac{1}{2}y^2$
- **Recette marginale** : $Rm(y) = \frac{\partial RT(y)}{\partial y} = 21 - y$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 1

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- **Demande inverse** : $y = 42 - 2p \Longleftrightarrow p(y) = 21 - \frac{1}{2}y$
- **Recette totale** : $RT(y) = p(y) \cdot y = \left(21 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y = 21y - \frac{1}{2}y^2$
- **Recette marginale** : $Rm(y) = \frac{\partial RT(y)}{\partial y} = 21 - y$
- **Coût marginal** : $Cm(y) = \frac{\partial CT(y)}{\partial y} = 6y$
- **Equilibre du monopole** :
  - $Rm(y) = Cm(y) \Longleftrightarrow 21 - y = 6y$, soit $y_m^* = 3$
  - Prix d'équilibre : $p_m^* = p(y_m^*) = 21 - \frac{1}{2} \times 3 = 19,5$
- $E_m^* = \left\{\left(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3\right)\right\}$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 2

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- Rappel : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3)\}$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 2

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- Rappel : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3)\}$
- Surplus des consommateurs : $SC = \frac{y_m^*(p^{max} - p_m^*)}{2} = \frac{3 \times (21 - 19,5)}{2} = 2,25$

Q 1) Prix, quantité d'équilibre du monopole et surplus - 2

$$CT(y) = 3y^2$$
$$y(p) = 42 - 2p$$

- Rappel : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3)\}$
- Surplus des consommateurs : $SC = \frac{y_m^*(p^{max} - p_m^*)}{2} = \frac{3 \times (21 - 19,5)}{2} = 2,25$
- Surplus du monopole :
  $SP = p_m^* y_m^* - 3(y_m^*)^2 = 3 \times 19,5 - 3 \times 9 = 31,5$
- Surplus social : $SS = SC + SP = 33,75$
- Synthèse : $(SC = 2,25;\ SP = 31,5;\ SS = 33,75)$

Q 2) Effets d'une taxe sur le profit de 30% sur l'équilibre du monopole - 1

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\pi(y) = 0,7 \times \left(p(y)y - CT(y)\right)$$

- Condition d'optimalité de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi(y)}{\partial y} = 0 \Longleftrightarrow 0.7 \times \left(p^{'}(y) \cdot y + p(y) \cdot 1 - CT^{'}(y)\right) = 0$$
$$\Longleftrightarrow p^{'}(y) \cdot y + p(y) \cdot 1 - CT^{'}(y) = 0$$
$$\Longleftrightarrow Rm(y) - Cm(y) = 0$$

- Aucun effet sur la quantité et le prix d'équilibre du monopole : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3)\}$

Q 2) Effets d'une taxe sur le profit de 30% sur l'équilibre du monopole - 2

- Equilibre du monopole : $E_m^* = \left\{\left(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3\right)\right\}$
- L'équilibre du monopole étant le même qu'avant la taxe,
  - Le surplus des consommateurs n'a pas changé : $SC = 2,25$
  - Le surplus du monopole (qui coïncide avec leur profit) a changé : il se voit prélever 30% de son profit : $SP = \pi_m^* = 0,7 \cdot (3 \times 19,5 - 3 \times 3^2) = 22,05$
  - Il résulte de ce qui précède que le surplus social diminue : $SS = 24,30$
- Synthèse : $(SC = 2,25;\ SP = 22,05;\ SS = 24,30)$

Q 3) Effets d'une taxe forfaitaire de montant F sur l'équilibre du monopole - 1

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\pi(y) = p(y)y - CT(y) - F$$

- Condition d'optimalité de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi(y)}{\partial y} = 0 \Longleftrightarrow p^{'}(y) \cdot y + p(y) \cdot 1 - CT^{'}(y) = 0$$
$$\Longleftrightarrow Rm(y) - Cm(y) = 0$$

- Aucun effet sur la quantité et le prix d'équilibre du monopole : $E_m^* = \left\{\left(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3\right)\right\}$

Q 3) Effets d'une taxe forfaitaire de montant F sur l'équilibre du monopole - 2

- Equilibre du monopole : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,5;\ y_m^* = 3)\}$
- L'équilibre du monopole étant le même qu'avant la taxe,
  - Le surplus des consommateurs n'a pas changé : $SC = 2,25$
  - Le surplus du monopole (qui coïncide avec leur profit) a changé : il se voit prélever un montant F de son profit :
    $SP = \pi_m^* = 3 \times 19,5 - 3 \times 3^2 - F = 31,5 - F$
  - Il résulte de ce qui précède que le surplus social change si $F > 0$:
    $SS = 33,75 - F$
- Synthèse : $(SC = 2,25;\ SP = 31,5 - F;\ SS = 33,75 - F)$

Q 4) Effets d'une taxe proportionnelle au nombre d'unités produites, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 1

- Le coût total du monopole devient :

$$CT(y) = 3y^2 + 0,2y$$

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\pi(y) = p(y)y - 3y^2 - 0,2y = \left(21 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y - 3y^2 - 0,2y$$
$$= 20,8y - \frac{7}{2}y^2$$

Q 4) Effets d'une taxe proportionnelle au nombre d'unités produites, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 1

- Le coût total du monopole devient :

$$CT(y) = 3y^2 + 0,2y$$

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\pi(y) = p(y)y - 3y^2 - 0,2y = \left(21 - \frac{1}{2}y\right) \cdot y - 3y^2 - 0,2y$$
$$= 20,8y - \frac{7}{2}y^2$$

- Condition d'optimalité : $\frac{\partial \pi(y)}{\partial y} = 0 \Longleftrightarrow 20,8 - 7y = 0$, soit $y_m^* = \frac{208}{70} \approx 2,97$. Il s'en suit que $p_m^* = \frac{1366}{70} \approx 19,51$

Q 4) Effets d'une taxe proportionnelle au nombre d'unités produites, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 2

- Equilibre du monopole : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,51;\ y_m^* = 2,97)\}$
- L'équilibre du monopole a changé : avant la taxe, on avait : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,50;\ y_m^* = 3)\}$. Par conséquent,
  - Le surplus des consommateurs : $SC = \frac{y_m^*(p^{max} - p_m^*)}{2} = \frac{2,97 \times (21 - 19,51)}{2} \approx 2,21$
  - Le surplus des producteurs : $SP = \pi_m^* = 19,51 \times 2,97 - (3 \times 2,97^2 + 0,2 \times 2,97) \approx 30,89$
  - Le surplus social : $SS = 2,21 + 30,89 = 33,1$
  - Note : Après la taxe, le surplus des consommateurs a diminué (2,25 contre 2,21) ; celui des producteurs également (31,5 contre 30,89).
- Synthèse : $(SC = 2,21;\ SP = 30,89;\ SS = 33,1)$

Q 5) Effets d'une taxe proportionnelle à la recette totale, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 1

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\begin{aligned}\pi(y) &= (0,8 \times p(y)y) - 3y^2 = 0,8y \times \left(21 - \frac{1}{2}y\right) - 3y^2 \\ &= 16,8y - \frac{17}{5}y^2\end{aligned}$$

Q 5) Effets d'une taxe proportionnelle à la recette totale, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 1

- Le monopole maximise alors la fonction de profit suivante :

$$\begin{aligned}\pi(y) &= \left(0,8 \times p(y)y\right) - 3y^2 = 0,8y \times \left(21 - \frac{1}{2}y\right) - 3y^2 \\ &= 16,8y - \frac{17}{5}y^2\end{aligned}$$

- Condition d'optimalité : $\frac{\partial \pi(y)}{\partial y} = 0 \Longleftrightarrow 16,8 - \frac{34}{5}y = 0$, soit $y_m^* = \frac{42}{17} \approx 2,47$. Il s'en suit que $p_m^* = \frac{336}{17} \approx 19,76$

Q 5) Effets d'une taxe proportionnelle à la recette totale, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 2

- Equilibre du monopole : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,76;\ y_m^* = 2,47)\}$
- L'équilibre du monopole a changé : avant la taxe, on avait : $E_m^* = \{(p_m^* = 19,50;\ y_m^* = 3)\}$. Par conséquent,
  - Le surplus des consommateurs : $SC = \frac{y_m^*(p^{max} - p_m^*)}{2} = \frac{2,47 \times (21 - 19,76)}{2} \approx 1,53$
  - Le surplus des producteurs : $SP = \pi_m^* = 0,8 \times (19,76 \times 2,47) - (3 \times 2,47^2) \approx 20,74$
  - Le surplus social : $SS = 1,53 + 20,74 = 22,27$
- Synthèse : $(SC = 1,53;\ SP = 20,74;\ SS = 22,27)$

Q 5) Effets d'une taxe proportionnelle à la recette totale, de 20%, sur l'équilibre du monopole - 3

Table 1 – Synthèse des résultats

	Taxes sur			
	Profit (30%)	**Forfetaire** F	**Quantité** (20%)	**Recettes** (20%)
Surplus des consommateurs	2,25	2,25	2,21	1,53
Surplus des producteurs	22,05	$31,5 - F$	30,89	20,74
Surplus social	24,30	$33,75 - F$	33,10	22,27
Surplus social avant taxe	33,75			
Montant de la taxe	9,45	F	0,65	11,48

- Commentaires :